

EXERCITATIO MATHEMATICA

DE ANALYSI, ET ILLIUS USU IN SOLVENDIS
PHYSICÆ PROBLEMATIS.

PUBLICÆ DISPUTATIONI PROPOSITA

I N A U L A

MAXIMI COLLEGII

PANORMITANI S. J.



PANORMI MDCCLXVI.

EX TYPOGRAPHIA FRANCISCI FERRER.

SUPERIORUM PERMISSU.

EXERCITATIO
MATHEMATICA

DE ANALYSE, ET NUMERIS IN SOLVENDIS
PROBLEMATIBUS.

AVCTORE JOHANNI WOLFGANGO
FRIEDRICH.

IN AUCTORE

MAXIMILIANO

PAVLOVITZ.



PAVLOVITZ.

EX TYPOGRAPHIA FRANKISCI FRANK.
SOTERIOGRAPHI.

EXERCITATIO

MATHEMATICA

DE ANALYSI, ET ILLIUS USU IN SOLVENDIS
PHYSICÆ PROBLEMATIS.

I.



Ota incumbit analysis in elicien-
das incognitas e quantitatibus
cognitis; cæterasque, methodo
sibi propria, juvat, & promovet
scientias: generalibus enim bre-
vissimisque formulis, innumeras
exhibet veritates variis scien-
tiis utiles.

II. Paucissima sunt, quibus innititur, axiomatica: illorum
præcipua sunt ista duo. Primum. Duarum quantita-
tum non tollitur æqualitas, si utrique addantur,
vel ex utrâque detrahantur æqualia. Secundum.
E duabus quantitatibus æqualibus, potest indiffe-
renter una usurpari vel altera: unde loco primæ
substitui potest secunda, & viceversa.

III. Ut generatiores sint problematum solutiones,
algebrae computo potissimum utitur analysis; hinc
enim unicâ operatione, omnia solvuntur proble-
mata; quæ iisdem gaudent conditionibus: factâ ta-
men solutione, suus cuique quantitati substituitur
valor proprius, ut solutio fiat particularis. Sibi
itaque vindicat analysis quidquid elementorum est
in arithmetica, & in algebra. Fractiones omnis ge-
neris; frequentius tamen decimales, prout magis
expeditas usurpat.

IV. Quasdam tamen habet operationes sibi proprias. Prima est reductio, cujus ope simpliciores sunt æquationes, quando terminos continent similes, vel fractionum termini non sunt inter se primi. Secunda est transpositio, quâ, servatâ æqualitate, termini unius membri, transferuntur in alterum, negativi fieri possunt positivi, & incognita remanet sola in uno æquationis membro. Tertia est substitutio, quâ successivè evanescunt quantitates incognitæ, & fiunt cognitæ æquales, in quo consistit problematis solutio.

V. Problema analyticum est quæstio cui satisfieri potest per analysis operationes. Ut problema sit determinatum requiritur, ut detegî possit, median-
tibus cognitæ, quidquid est incognitum in quæ-
stione. Quantitates cognitæ dicuntur problematis
datæ; ex illis educuntur æquationes, cognitæ
inter, & incognitæ, vel inter illarum relationes.

VI. Si quantitates incognitæ non multiplicentur inter se, nec habeant alium exponentem præter unitatem, problema dicitur primi gradûs; ad cujus solutionem sufficiunt operationes jam recensitæ. Si unica detegenda sit quantitas incognita; vix erit aliqua difficultas in solutione. Detegendus sit v.g. numerus cujus media, tertia, & quarta pars unitate superent numerum quæsitum. Unica sufficiet æquatio, ut inveniatur numerus 12, qui solus conditiones problematis continet.

VII. Crescente incognitarum numero, modo ut ex conditionibus, tot possint æquationes haberi, quot sunt quantitates incognitæ, crescet quidem labor, non vero difficultas. Si v.g. datâ summâ, & differentia duarum quantitatum quæratur utraque quantitas particularis: solutio ita satisfacet quæstioni, ut in omni casu particulari, quantitas major sit æqualis mediæ summæ datarum, minor verò me-
diæ

diæ illarum differentia. Hac methodo physici determinant actiones particulares Solis, & Lunæ a elevandas maris aquas, ex eo quod cognoscatur actionum summa in Syzygiis, & differentia in Quadraturis.

VIII. Pleraque problemata, quæ tres continent incognitas, sunt facilia. Unum tamen proponemus maximè intricatum, ut pateat, quâ facilitate difficultates solvit analysis. Supponantur itaque tres cylindri ita conflati, ut quælibet libra primi contineat argenti 7, æris 3, stamni 6 uncias; libra secundi constet argenti uncis 12, æris 3, stamni 1. Libra denique tertii constet argenti 4, æris 7, stamni 3 uncis. Quæritur in qua proportionē desumenda sit e quolibet cylindro materia, ut efformetur alter, cujus una libra contineat argenti 8, æris $3\frac{3}{4}$, stamni $4\frac{1}{4}$ uncias. Solutio ita indicabit proportionem requisitam, ut non solum præfenti problemati, sed aliis similibus satisfiat.

IX. Minorem habent difficultatem pleraque ejusmodi problemata, quæ pendent ab ea, quæ dicitur alligationis regula. Si duæ merces pretii diversi venire debeant pretio medio, facile invenietur, qua proportionē fieri debeat illarum permixtio, ad hoc, ut pretium illud medium æquivalet valori cujusque proprio.

X. Aliquando solutio pendet a physica principiiis; ex eo quod, v. g. metalla liquidis immersa, tantum de suo pondere deperdant, quantum gravitatur par liquidi volumen; solvi potest problema de coronâ aureâ, quam Hiero Syracusarum Rex dedit Archimedi, ut iste, illâ coronâ, detegeret, an, & in qua proportionē immixtum fuisset argentum.

XI. Problemata dicuntur ejusdem gradus, ad quem eleventur incognita. Solutio igitur illorum, qui non

sunt primi gradûs, supponit potentiarum formationem, & resolutionem. Hac de re, generalior ut sit methodus, Nevvtoni formulam de binomio, ad potentiam quamlibet elevando usurpamus. Hac methodo quævis quantitas, per simplicem substitutionem, propositam acquireret dignitatem; & patebunt operationes necessariae ad radicem extractionem. Quoad numeros, si non possit haberi radix exacta, quamproximam dabunt fractiones decimales.

XII. Resolvendum sit secundi gradus problema. 1. Si plures contineat incognitas, ad unicam reducetur. 2. Idem æquationis membrum soli occupabunt termini, in quibus reperitur incognita. 3. Positivum fiet, si opus sit quadratum incognitæ, & ab omni coefficiente liberabitur. 4. Perficietur quadratum membri continentis incognitam. Tunc factâ radicis extractione, sola remanere poterit incognita. Methodum triplici indicabimus exemplo Plura inferius tradituri.

Primum. Datis summa, & productio duarum quantitatum, utramque detegere.

Secundum. In suppositione quod Sol centuplo majus lumen emittat quam Stella; invenire punctum inter utrumque, in quo spectator æqualem luminis quantitatem acciperet tum a Sole, tum a Stella.

Tertium. Si intra mercurium, & barometri summitem, remanserit determinata aeris quantitas, reperire altitudinem, quam obtinebit mercurius in barometro. Duæ ultimæ solutiones pendent a Physicæ principiis: nempe 1. Lunen est, cæteris paribus, in ratione inversa quadratorum distantiarum. 2. Aer tanto magis rarefit, quanto minus comprimitur.

XIII. Proportiones, & progressiones tum arithmetice, tum geometricæ juris sunt analytici, illarum enim

enim proprietates ita demonstrat analysis, ut facile solvi possint, quæ proponuntur hac de re problemata. Corpus ex altitudine, suæ permittatur gravitati; spatia cujuslibet instantis erunt in progressionē arithmeticā. Poterit autem assignari spatium quolibet instanti percurrentum, & numeratis instantibus, habebitur summa spatiorum, ac proinde mensura altitudinis, ex qua decidit corpus. Quin imo, cognito dumtaxat ultimi instantis spatio, cognoscantur tempus descensus, summa progressionis, omnesque termini particulares. Similiter si corpus sursum perpendiculariter projiciatur, dato tempore elapso antequam deciderit, cognoscetur altitudo, ad quam pervenit. In his omnibus præscindimus a medii resistentia.

XIV. Proportionum geometricarum innumeri sunt usus in Physica: illarum ope v. g. variæ habentur expressiones velocitatum, temporum, & spatiorum. ex eo nempe, quod in motu uniformi velocitas sit in ratione directâ spatii, & inversa temporis; tempus erit in ratione directâ spatii, & reciproca velocitatis, & spatium in ratione compositâ temporis, & velocitatis. In motibus autem acceleratis, quia spatia sunt, ut quadrata temporum, seu velocitatum in fine acquistarum; possunt velocitates, & tempora exprimi per radices quadratas spatiorum. Idem dici debet de motibus uniformiter retardatis.

XV. Pleraque problemata ad ænei tormenti jactum relativa exigunt, ut motus uniformiter accelerati, vel retardati reducantur ad uniformes. Hoc autem fit, si in motu accelerato, supponatur velocitas initio totaliter acquisita, & in retardato constans supponatur velocitas initialis: sed tunc duplicari debent spatia, vel adhiberi tempus duplo minus.

XVI. His omnibus circa mechanicam demonstratis : analytico-geometricum solvemus problema, ex quo precipuè pendet artificiosus aneorum tormentorum jactus. Sic autem se habet. Dato triangulo rectangulo, cujus hypotenusa sit ad horizontem inclinata, alterum e lateribus sit verticale, alterum horizontale: Supponendo præterea quod mobile motu uniformi pergat juxta verticale, cum velocitate, quæ sit, ut illius radix quadrata; detegendæ sunt altitudines, ex quibus decidere deberent duo mobilia, ut acquirerent velocitatem, quâ possent alia duo latera percurrere, quo tempore lustratur verticale.

XVII. Hujus problematis solutio aliorum dabit solutionem.

Primum. Cognitâ vi pulveris-pyræ, & constituto mortario in qualibet inclinatione; invenire 1. punctum lineæ horizontalis perpendiculariter correspondens maximæ altitudini, ad quam pervenit globus projectus; 2. invenire distantiam, ad quam decideret.

Secundum. Determinare, inclinationem mortarii requisitam, ut globus perveniat ad maximam a mortario distantiam.

Tertium. Determinare quam debeat habere mortarium inclinationem, ut globus perveniat ad datam distantiam, modo tamen illa non superet maximam ad quam pervenire potest.

Quartum. Si mortarium in summitate montis, vel arcis collocetur, & dirigatur horizontaliter; determinare 1. in planitie subiecta punctum, quod attinget globus; 2. velocitatem communicandam, si detur punctum, quod attingere debet.

Quintum. Si mortarium sit in loco depresso, & globus arcis summitatem attingere debeat; determinabitur inclinatio ad talem effectum necessaria.

Sex.

(IX.)

Sextum: Si globis decidentibus debeant everti tecta domorum; datâ distantia, assignabitur inclinatio, quæ tali favet effectui.

In septimo tandem problemate determinabitur natura curvæ, quam sequitur globus projectus. In his omnibus geometricè simul, & analyticè procedemus; & continuus erit proportionum usus.

XVIII. Formula generalis, in quâ continetur omnis proportio demonstrat, & oculis subjicit æqualitatem producti extremorum, & mediorum; demonstrat pariter omnes inversiones, quæ fieri possunt in terminis servatâ proportionem.

XIX. Datis tribus proportionis terminis, semper invenietur quartus. Hinc regula trium, cujus innumeros usus nemo ignorat. Quomodo hac utantur Astronomi, ut tempus verum ad medium reducant, ostendemus. Datâ scilicet æquatione temporis pro duabus horis meridianis subsequenter, ut reducantur horæ intermediæ, sufficit regula trium.

XX. Hæc regula est aliquando composita, & dicitur regula Societatis: Si v.g. plures in communem Societatem diversas contulerint pecuniarum summas, & dividendum sit lucrum, vel damnum, proportionaliter ad pecuniarum summam a quocumque collatam, & ad tempus, quo quisque permansit in Societate, omnes illæ circumstantiæ possunt unicâ exhiberi formula, quæ generaliter solvet similia problemata.

XXI. Si proportio sit continua, quadratum termini medii æquatur producto extremorum. Hinc solvitur problema nauticum: Datâ scilicet longitudine telluris diametri; & distantia oculi Spectatoris a Maris superficie, determinare distantiam navis a littore, quod incipit videri; vel si detur illa distantia; determinare longitudinem diametri

Tellaris. simili methodo Physici determinant altitudinem auroræ borealis, data locorum distantia, ex quibus conspicitur.

XXII. Suam etiam habent formulam generalem progressionis geometricæ, ex qua variæ illarum educuntur proprietates, quas referre possemus: Sed præstat problemata resolvere, tunc enim dabitur locus illarum demonstrationi.

XXIII. Solvendum sit argumentum, vel potius paradoxum Zenonis: Scilicet Achilles unâ leucâ distans a testudine, illam insequitur, sed nunquam assequetur: decies enim velocius currat, quam testudo; peractâ leucâ, decimâ leucæ parte distabit a testudine; peractâ decimâ parte, distabit centesimâ, & sic in infinitum; poteritque semper assignari distantia Achillem inter, & testudinem; illam igitur Achilles nunquam assequetur. Sic Zeno cuius evanescet difficultas, si demonstretur omnes terminos progressionis, quæ continet spatium a testudine percurrendum, donec illam Achilles attingerit, non conficere spatium infinitum: licet illi termini sint numero infiniti; sed nonam dumtaxat leucæ partem. Hoc ut ostendatur, sufficit si detur summa omnium terminorum progressionis subdecuplæ. Solutio erit generalis, ut satisfiat difficultati, quæcumque supponantur velocitates respectivæ.

XXIV. In progressionem descendente, minima est summa terminorum, licet illi termini sint numero infiniti: contra verò immensa fit summa terminorum progressionis ascendente, licet non multi sint illius termini. Quod exemplo patebit. Ad Scacchiorum, seu latrunculorum ludum, necessaria sunt sexaginta quatuor quadrata. Inventori illius ludi offerebatur merces quæcumque placeret, petiit ille, ut sibi daretur unum frumenti granum, pro primo

mo quadrato ; duo pro secundo ; quatuor pro tertio , & sic in progressionem duplam , usque ad sexagesimum quartum quadratum . Substituto , in formula , terminorum valore , reperitur summa , viginti numericis characteribus constans , & sufficiens onerandis 889599926 navibus , quarum quilibet sex salmarum millia contineret , salma 240 rotulos rotulusque 30 uncias .

XXV. Sed hisce levioris momenti relictis : ad problemata Physica redibimus ; aliosque analysis usus , alia solvendo problemata indicabimus . Supponamus gravitationem corporum universalem , & mutuam , qualem multi Physici contendunt existere , id est in ratione directa corporis attrahentis . De causâ huiusce gravitationis parum solliciti , inquiremus dumtaxat , an effectus , quos producere debet , cum phænomenis hætenus observatis concordent . Quocirca varias analyticè demonstrabimus propositiones .

XXVI. Si corpora per vires centripetas , id est versus centrum aliquod tendentes , describant circumulorum circumferentias . Si v. g. Planetæ per attractionem Solis retineantur in orbitis circularibus : vires illæ centripetæ sunt quolibet instanti exiguisimo , ut quadratum velocitatis instantaneæ , divisum per orbitæ diametrum . Cum ergo diametri sint , ut radii , expressio illarum analytica erit quadratum velocitatis instantaneæ per simplicem a centro revolutionis distantiam divisum . Circulares supponimus Planetarum orbitas , licet revera sint ellipticæ ; sed leges gravitatis eadem forent , quamvis essent circulares : quia ipsi circuli sunt ellipses , quarum excentricitas est infinitè parva .

XXVII. Datâ expressione vis centripetæ ; facile detegetur quomodo vis illa se habeat in variis a centro distantis : Si enim comparetur Lunæ gra-

vitās in Terram, cum gravitate corporum terrestrium; patebit gravitates illorum corporum in Terram, esse in ratione inversa quadrati illorum a centro Terræ distantia.

XXVIII. Quod eadem lex gravitatis vigeat in Planetis circa Solem gyran- tibus, demonstrabitur ex eo, quod Planetæ circa Solem revolvantur intra tempora periodica, quorum quadrata sunt, ut cubi distantiarum a centro revolutionis.

XXIX. Velocitas corporis motu uniformi circumferentiam describentis, est æqualis velocitati, quam acquireret, si vi gravitatis, qua detinetur in circulo, cadendo liberè, percurreret motu uniformiter accelerato mediam partem radii, cujus describit circulum.

XXX. Cognitâ ergo gravitate corporis, in determinata a centro distantia, determinabitur velocitas necessaria, ut in hac distantia, corpus describat orbitam. Determinabitur pariter tempus integræ revolutionis: erit enim semper ad tempus necessarium, ut percurratur media pars radii, ut orbita ad radium integrum.

XXXI. Hinc ut corpus circulariter actum vires habeat centrifugas, quales requiruntur, æquales scilicet suæ gravitati; integram percurrere debet orbitam, quo tempore funependulum longitudinis radii, duas conficeret oscillationes. Hæc propositio nititur Hugenii demonstratione, qua constat tempus oscillationis in arcu cycloidalis quocunque, esse ad tempus, quo corpus ex media altitudine funependuli descenderet, ut circumferentia ad diametrum.

XXXII. Nunc determinari potest, an in hypothesi motus terræ diurni, corpora, quæ sunt in illius superficie, debeant abire per tangentes, an vero remanere debeant immota respectivè ad terram.

Facto enim computo demonstratur, quod etiam in æquatore ubi debet esse maxima vis centrifuga; corporum gravitas sit decies & septies major viribus illorum centrifugis, quæ proinde nullam possent producere corporum dispersionem.

XXXIII. Si Planetæ in diversis a centro distantis, suas describerent orbitas intra idem tempus; illorum velocitates, & vires centrales essent in ratione directa distantiarum; & quia in hypothesi motus terræ, varia illius puncta conficerent suam revolutionem, intra idem tempus; vires centrales corporum, quæ forent in eadem superficie Sphærica, essent directè, ut illorum ab axe distantia; idcirco diximus vires centrifugas corporum, quæ sunt in æquatore esse omnium maximas.

XXXIV. Si in eadem suppositione Planetarum velocitates essent æquales, tempora revolutionum periodica, essent directè, ut illorum a centro distantia; vires autem centrales essent in ratione reciproca earundem a centro distantiarum.

XXXV. Si velocitates essent in ratione reciproca distantiarum, vires centrifugæ essent in ratione reciproca cuborum earundem distantiarum: & quia veri Planetarum motus sunt in orbitis a circulo diversis, sed quarum partes exiguæ non differunt ab arcubus circuli quolibet instanti variabilibus, debent vires Planetarum centrifugæ esse in quolibet orbitæ puncto in ratione reciproca cuborum distantiarum.

XXXVI. Posito quod vires Planetarum centripetæ sint in ratione inversa quadratorum distantiarum, quales re vera demonstrantur; velocitates illorum sunt inversæ, ut radix quadrata distantiarum, & tempora revolutionum periodica sunt, ut radices quadratæ cuborum distantiarum.

XXXVII.

XXXVII. Vi legum hætenus circa vires centrales statutarum, possunt Planetæ in variis a Solis distantis projecti, ellipses describere regulares, quarum Sol focum occupet; possunt Satellites eodem modo circa suos Planetas gyrare: hoc autem demonstrare, Physicorum est, & geometrarum, supponendo quod Planetæ non gravitent nisi in centrum suæ revolutionis. Nostrum erit ostendere, cur ellipses illæ non sint regulares, & immobiles in suppositione gravitatis mutue omnium corporum.

XXXVIII. Ut varii determinari possint effectus gravitationis universalis, debent cognosci massæ corporum cœlestium, in quibus vigere supponitur hæc gravitatio. Demonstratur autem quantitates materiæ in corporibus Systhematis nostri Planetarii, esse inter se directè, ut cubos distantiarum, ad quæ circa hæc, alia revolvuntur corpora, & inversè, ut quadrata temporum periodicorum illarum revolutionum.

XXXIX. Hac methodo non possunt haberi, nisi massæ respectivæ Solis, Terræ, Jovis, & Saturni, quia scilicet alii Planetæ non habent Satellites: operæ tamen pretium est Lunæ massam detegere; aliam itaque viam tentabimus, supponendo cum Domino Bernoulli, vires Lunæ ad elevandas maris aquas, esse ad vires Solis ut 5. ad 2., nec gratuita erit suppositio cum ex observationibus deducatur; hinc habita ratione distantiarum, comparari poterunt vires Lunæ cum viribus Solis; & quia, cæteris paribus vires sunt ut massæ, habebitur ratio massarum Solis, & Lunæ.

XI. Datis corporum Cœlestium massis, & illorum diametris, determinari poterit densitas illorum respectiva, saltem media, idest, qualem haberent, si servata eadem materiæ quantitate, & magnitu-
di-

dine, forent homogenea; poterit pariter determinari pondus, quod haberet successivè idem corpus, si successivè in illorum superficie collocaretur.

XLI. Supponebat Copernicus Planetas circa Solem immotum gyrare. Non potest in præsentì Systhema, hæc admitti Suppositio. Centrum tamen revolutionis Solis, non multum distare debet ab ipso Solis centro. Demonstrari enim potest, quod licèt omnes Planetæ essent in eadem lineâ rectâ, & ex eadem parte respectu Solis, centrum commune gravitatis, circa quod gyraent Sol, & Planetæ, vix unâ Solis diametro distaret a centro Solis. Hæc distantia multo minor est, quando Sol reperitur varios inter Planetas: debet tamen semper aliqua remanere Solis agitatio, & quidem diversa, pro vario Planetarum situ: non mirum ergo si Solis motus appareas non sit perfectè regularis.

XLII. Sicut Planetæ Solem turbant, debent etiam sese mutuo turbare. Constat observationibus, Saturni viam immutari, quando Jupiter est illi proximus; & demonstratur Saturni gravitatem in Solem, tunc temporis fieri majorem una $\frac{1}{222}$ sui parte: conspirant enim actiones Solis, & Jovis. Hinc retrogradatio aphellii Saturni.

XLIII. Turbatio Saturni est omnium maxima quæ notetur inter Planetas primarios; quia pendet ab actione Planetarum maximi, & vero si analyticè quærat, quantum de sua in Solem gravitate deperdant Planetæ inferiores, per actionem superiorum, quando sunt in conjunctione: reperietur quod Jupiter per actionem Saturni non deperdat nisi $\frac{1}{2723}$ gravitatis suæ partem, Mars per actionem Jovis non de-

deperdit nisi $\frac{1}{12512}$; alii multo minus: unde tur-

bationes illæ observari non possunt, nisi in quantum constat illorum aphelia in orientem progredi: sicut enim aphelia Saturni per gravitatis augmentum regrediuntur, ita progredi debent aliorum aphelia per imminutionem gravitatis in Solem.

XLIV. Lunæ perturbationes ortæ ab actione Solis, præstare debent effectus valde sensibiles: si enim proportionales essent viribus Solis absolutis, Luna non posset circa Terram gyrare: sed quia vires Solis in Lunam nullas producerent in eâ perturbationes respectu Terræ, si vires illæ essent æquales viribus ipsius Solis in Terram, Luna turbari non debet, nisi per differentiam virium quibus Sol agit in Terram, & Lunam; & analysis ope reperitur quod Luna in syzygiis deperdat octogesimam tertiam partem dumtaxat suæ gravitatis in Terram. Hinc progressio apsidum, Lunâ in syzygiis versante.

XLV. Eadem Solis vires augent gravitatem Lunæ in Terram, Lunâ in quadraturis versante. Augmentum illud computatione reperitur duplo circiter minus, quam sit imminutio gravitatis in syzygiis. Hinc licet regrediantur apsidæ, Lunâ in quadraturis versante, regressus ille non compensat progressum.

XLVI. Propter actionem mutuam Lunæ, & Terræ, erunt necessario irregularitates in illarum circa Solem orbitis: licet irregularitates orbitæ Telluris non debeant esse sensibiles, habita ratione massæ Lunæ, & distantie Terræ a Sole: duo tamen sunt quoad nos effectus sensibiles, qui licet pendeant ab actione simultaneâ Solis, & Lunæ, a Luna maximâ ex parte pendere demonstrabimus. Primus est Maris aquarum elevatio, & depressio bis in die. Secundus est immutatio parallelismi axis Terræ, unde

de sequitur æquinoctiorum præcessio.

XLVII. Dum corpora nobis vicina variis irregularitatibus sunt obnoxia, nullis laborare videntur Stellæ fixæ: eundem enim hodie inter se servant ordinem, quem habuisse referunt antiquissima scientiarum monumenta: tanta scilicet demonstratur ex defectu parallaxi annuæ, illarum distantia, ut evanescant vires quibus corpora nostri systematis possent in illas agere.

XLVIII. Si in Stellis supponatur tendentia mutua; dicendum est illas non minus a se invicem quam a nobis distare, quod enim aliæ ellipses, aliæ circulos describant, quorum diameter est 40'', mera est apparentia, quæ nullam supponit actionem mutuam, & optimè explicatur per combinationem progressionis successivæ luminis, & motus terræ annui.

XLIX. Hactenus hypothesein fecuti, varia illustravimus naturæ phænomena, illorumque causas indicavimus, quas tamen descendere minimè cordi est: hoc unice curantes, ut analysis usus in rebus physicis ostendamus. Licet autem circa cubos sæpius versata sit quæstio; nulla tamen soluta sunt tertii gradus problemata propriè dicta. Subjiciemus itaque regulas, quibus graduum superiorum problemata resolvantur.

I. Supponimus unicam in æquatione remanere incognitam: si plures fuissent potuissent evanescere. Tot erunt valores, sive radices, quantitatis incognitæ, quot unitates continebit illius exponens: solutio consistit in eo, quod detegantur illi valores.

II. Æquationum superiorum formatio multas indicabit illarum proprietates solutioni utiles. 1. Scilicet in æquatione ordinata, coefficientis secundi termini æquatur summæ radicum; coefficientis tertii æquatur summæ productorum radicum ex singulis binis:

coe-

(XVIII.)

coefficientis quarti æquatur summæ productorum ex singulis ternis. Sic successivè usque ad ultimum, qui æquatur producto omnium radicum. 2. Tot erunt radices positivæ, quot sunt signorum permutationes, tot negativæ, quot eorundem successiones.

LII. Hinc si signa sint alternatim positiva, & negativa, radices erunt omnes positivæ. Si desit aliquis terminus, sunt aliæ positivæ, aliæ negativæ, & si desit secundus terminus, summa positivarum æqualis est negativarum summæ.

LIII. Equationum solutiones vulgò præcedere debent variæ præparationes. Radix v. g. debet augeri vel imminui quantitate data; aliquando præstat illam multiplicare, vel dividere per datam quantitatem: possunt autem hæc omnia fieri, licet radix sit incognita. Aliæ sunt operationes, ut compleantur æquationes, in quibus desunt termini, aliæ ut tollantur termini, ut a fractionibus, & signis radicalibus liberentur.

LIV. Tres sunt formulæ, ad quarum unam reduci potest æquatio cubica, cujus secundus evanuit terminus. His itaque solutis, soluta sunt quæcunque tertii gradus problemata.

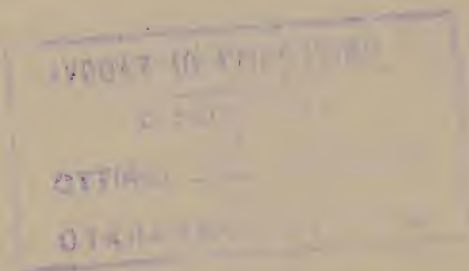
LV. Methodus generalis, qua possunt investigari radices, consistit in eo, quod omnes ultimi termini divisores successivè cum signis positivis, & negativis quantitati substituantur incognitæ: quando per substitutionem, omnes numeri, tum positivi, tum negativi evanescent; reperta est radix.

LVI. Longa quidem erit operatio; ultimus enim terminus sæpe multos continet divisores. Tunc æquatio poterit in aliam transformari, cujus ultimus terminus pauciores contineat.

LVII. Quæcunque tamen diligentia adhibeatur hæc methodus, non in omni casu dabit radices quæsitæ. Reperiri enim non possunt radices, quæ constant

(XIX.)
stant numeris fractis vel irrationalibus . In his ta-
men casibus possunt assignari limites æquationis , id
est duo numeri quorum differentia sit exigua , &
inter quos contineatur radix . Quoad hæc proble-
mata regulas generales satis sit indicasse : unius enim
soluioni vix sufficeret tempus exercitationi nostræ
præscriptum .

F I N I S !

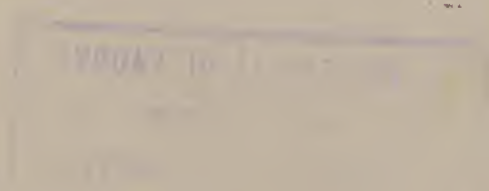


2 1 M I E

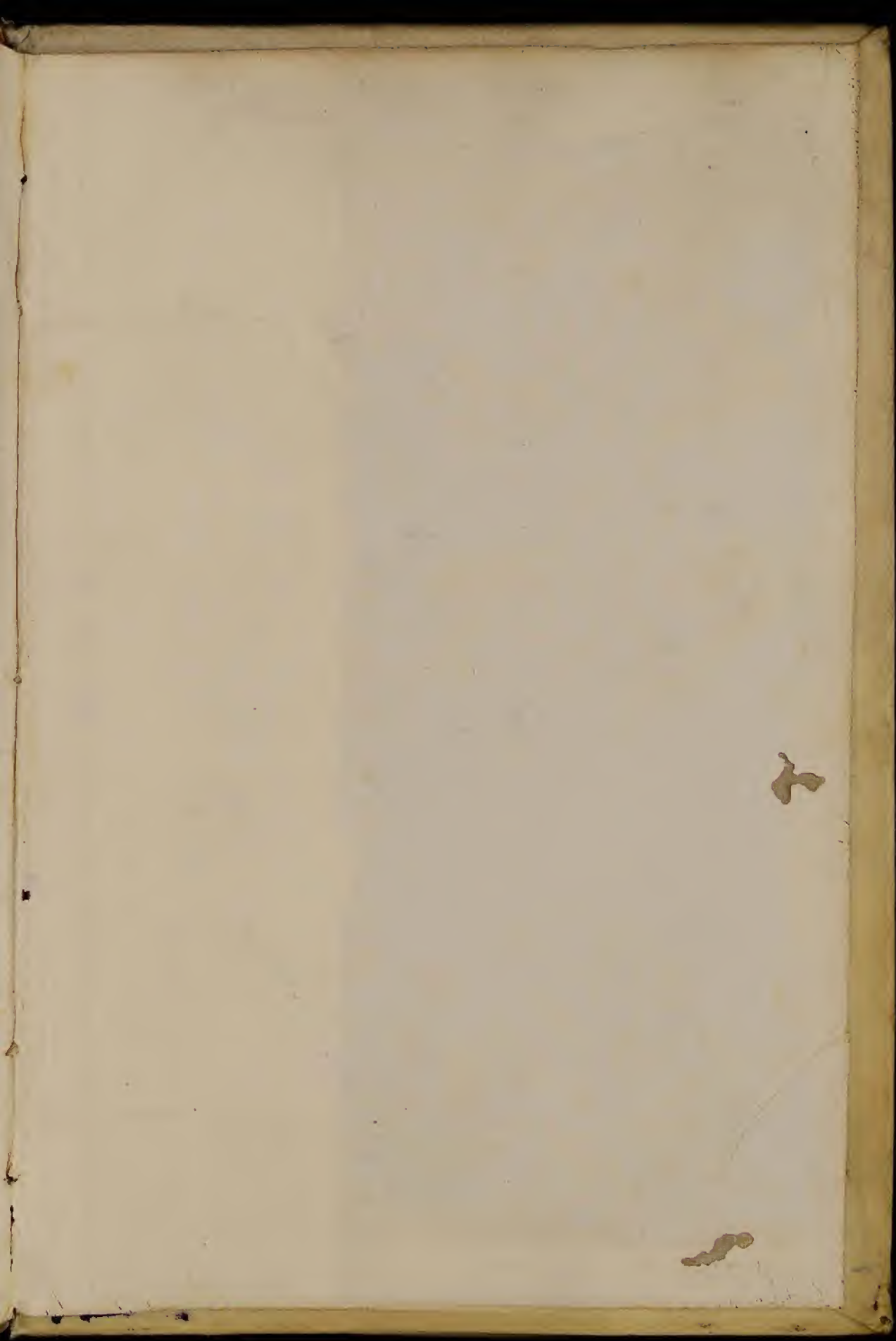


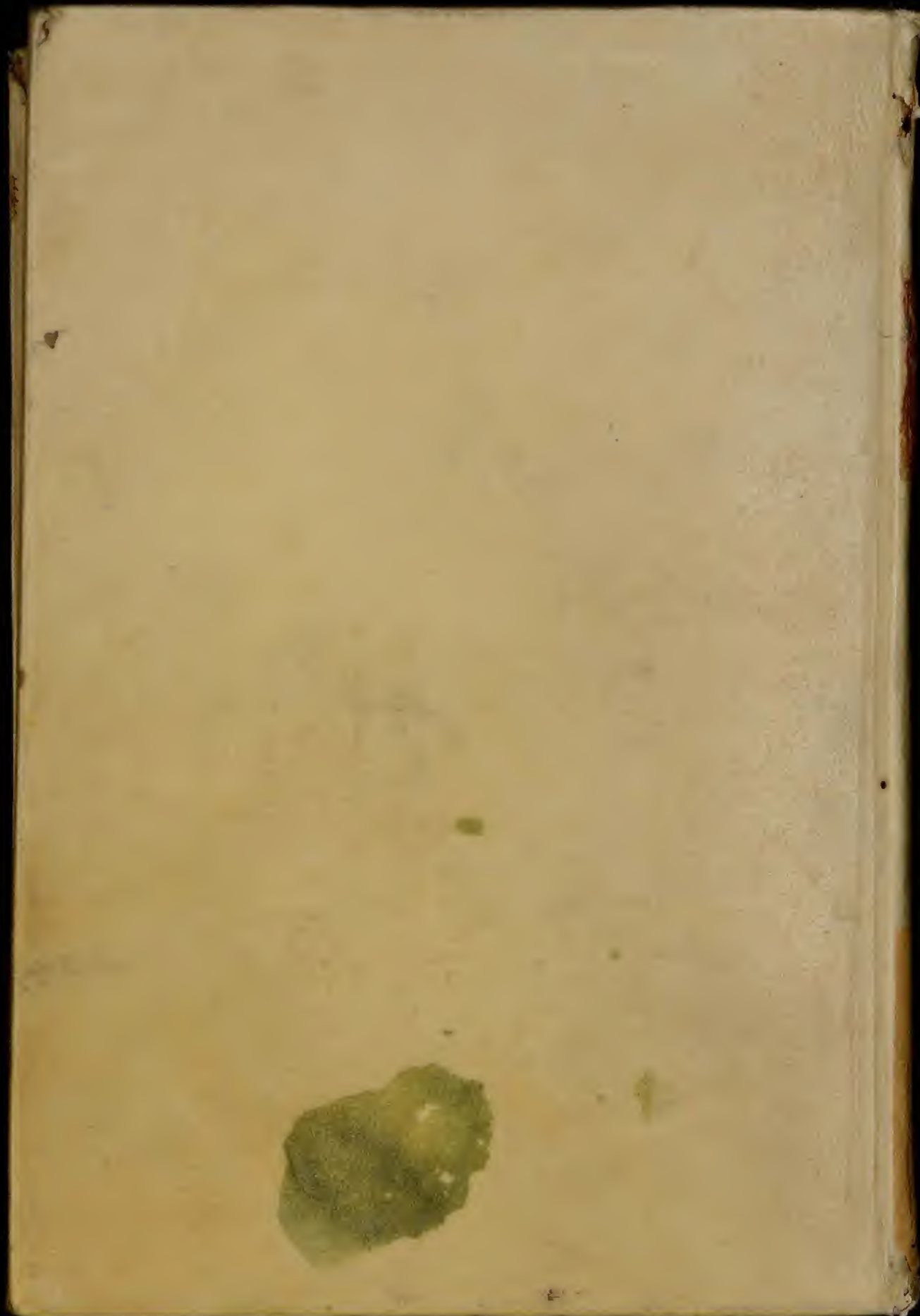
7872

UNIVERSITÀ DI PADOVA
ISTITUTO
di
FILOSOFIA DEL DIRITTO
e di
DIRITTO COMPARATO



UNIVERSITÀ DI PADOVA
ISTITUTO
di
FILOSOFIA DEL DIRITTO
e di
DIRITTO COMPARATO





MISCELLANEA

UNIVERSITÀ DI PADOVA

Ist. di Fil. del Diritto
e di Diritto Comparato

138

d

12

„sono pronti a profondere eziandio per la penetra-
 „zione di quei momenti, di cui dice lo Spirito Santo:
 „*Non est vestrum nosse tempora, vel momenta, quae*
 „*Pater posuit in sua potestate.*

46. Prima di venire al punto dell' Immacolata Con-
 cezione, di cui certamente parla il P. Concina, permet-
 tetemi, P. riveritissimo, che io a Voi manifesti un mio
 sordimento su quell' animosa brama del P. Concina, con
 cui vorrebbe, che la controversia del Probabilismo (per
 lui certamente definibile) sia con sentenza definitiva ter-
 minata, e per questo poterfi anche spargere il sangue.
 La controversia del Probabile a' nostri dì è assai ventila-
 ta nelle Scuole Cattoliche. Che possa seguirsi l'opinio-
 ne probabile vien sostenuto da moltissimi Dottori. Mol-
 ti e molti di varie Scuole ne cita il Giballino Francese
de scient. canon. l. 3. c. 7. quest. 4. Cento ottantanove ne cita
 il Sarasa Fiammingo *de art. semper gaudendi tr. 4. n. 49.* Ancor
 più ne riferisce Terillo Inglese, e dopo questi il Gobat
 Alemanno. Or nelle controversie solite agitarfi nelle
 Scuole io non leggo, che vi sia stato impegno a far de-
 cidere la sua opinione con definitiva sentenza; come pre-
 tende il P. Concina, che sia deciso il suo Probabilismo,
 e per quello sembra pronto a spargere il sangue. Onde
 se mai dal Romano Pontefice si facesse una tal ardita di-
 manda, io credo, che si risponderebbe ciò, che un tem-
 po rispose Sisto IV. Quando questo Papa sedea nella Cat-
 tedra di S. Pietro, cioè nel Secolo decimoquinto nel Re-
 gno di Aragona soleasi da taluni porgere alla Santissima
 Vergine questa preghiera: *Peccatores non abhorres, sine*
quibus nunquam foret tanto digna Filio. In questa pre-
 ghiera, come ognun vede, si suppone la sentenza de' To-
 misti, cioè, che, se Adamo non peccava, l'Eterno Verbo
 non si sarebbe incarnato. Molti furono de' Teologi, che
 ad una tal maniera di pregare si opposero. Si eccitò un
 gran contrasto; e però convenne ricorrere a Roma, e
 in tal tempo, come si è detto, da Sisto IV. governavasi
 la Chiesa. Egli, ancorchè prima avesse vestito l'abito di
 S. Francesco, e come seguace del Sottilissimo Scoto aves-
 se

avrebbe imparato, ed insegnato la dottrina contraria a' To-
 misti, così nondimeno risponde:

*Cum duplex sit opinio Catholicorum Doctorum cir-
 ca causas praecipuas Incarnationis Verbi divini intuen-
 tium; altera, quod si Adam non peccasset, Dei Fi-
 lius humanam carnem non assumpsisset; altera, quod
 etiamsi non fuisset humana natura in primo Parente
 lapsa, adhuc Dei Filius carnem assumpsisset; & opi-
 nio utraque pietati, fidei, auctoritatibus, & ratio-
 nibus subsistat: cumque priori opinioni versus illi inni-
 tantur, dicimus, quidquid contra dictos versus atten-
 tatum fuit, temerarium, praesumptuosum, & poena
 dignum praesumptum fuisse, tanquam contra opinionem
 a Doctoribus Catholicis positam. Franciscus Diagus
 Ord. Praedic. lib. 1. Annal. Arag. cap. 33.*

In questa maniera stabilì Sisto IV. doverfi parlare del-
 le sentenze sostenute da' Cattolici; ma non so, se così
 si sia praticato dal P. Concina: sia non mio, ma d'al-
 tri il giudizio, se a lui competeva quel *temerarium, praesumptuosum &c.* Io frattanto dal P. Concina dimando:
 Il Papa, da cui dipende ogni sentenza definitiva, quale
 probabilità avrebbe da dichiarare come articolo di fede?
 Non potrebbe dichiarare, che sia illecito seguire l'opi-
 nione o probabilissima, o più probabile; perocchè si op-
 porrebbe ad Alessandro VIII., che condannò quella tesi,
*Non licet sequi opinionem vel inter probabiles probabilissi-
 mas,* ed a Clemente V., che lodò l'opinione più proba-
 bile de' Teologi. Resta dunque, che, come brama il P. Con-
 cina, condanni con definitiva sentenza l'opinione meno
 probabile, e si proponga per articolo di fede il Probabi-
 lismo. Or si finga, che dal Vaticano esca una tal con-
 danna; con questa non si porrebbe argine all'opinioni
 rilassate, che così il P. Concina, come i suoi Contrarj
 vogliono mandare in esilio. Il Difensore d' un opinione
 meno probabile rilassata direbbe, che per lui non è quel-
 la, meno, ma più probabile. Qual urgenza dunque v'ha
 di dar sentenza definitiva, venuta, per quel ch' io sap-
 pia, in capo al solo P. Concina? Il male è nella pratica,
 e ne

